



Θέματα

- (α) Σωστό ή Λάθος, αιτιολογήστε τις απαντήσεις σας, (1.2 μονάδες).

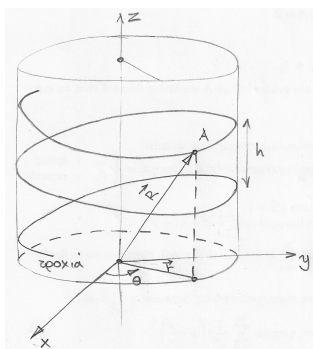
 - Όταν η ροπή της δύναμης \vec{F} που ενεργεί σε υλικό σημείο P είναι μηδέν τότε η στροφορμή του υλικού σημείου δεν παραμένει σταθερή.
 - Η ορμή κλειστού συστήματος παραμένει σταθερή.
 - Ένα συνεχές σύστημα λέγεται ομογενές όταν η πυκνότητα του παραμένει σταθερή.
 - Σε υλικό σημείο i , συστήματος N υλικών σημείων, δεν επιδρούν οι εσωτερικές δυνάμεις του συστήματος.
 - Η δύναμη \vec{F} είναι συντηρητική όταν το $\vec{\nabla} \times \vec{F} = \vec{0}$.
 - Σε συντηρητικές δυνάμεις το άθροισμα δυναμικής και κινητικής ενέργειας διατηρείται σταθερό.

(β) (i) Ναδειχτεί ότι η δύναμη $\vec{F} = (3xz^2 + 6y^2)\vec{x}_0 + (12xy - 2yz)\vec{y}_0 + (3x^2z - y^2)\vec{z}_0$ είναι συντηρητική. (ii) Να υπολογιστεί το έργο, $W = \int_c \vec{F} \cdot d\vec{r}$, της δύναμης \vec{F} , όπου c μια οποιαδήποτε τροχιά από το σημείο $(1, 1, 1)$ έως το σημείο $(1, 2, 1)$, (1.3 μονάδες).
- (α) Να δείξετε ότι το διάνυσμα της ταχύτητας υλικού σημείου σε πολικές συντεταγμένες είναι: $\vec{u} = \dot{r}\vec{r}_0 + r\dot{\theta}\vec{\theta}_0 = u_r\vec{r}_0 + u_\theta\vec{\theta}_0$, όπου u_r η ακτινική και u_θ η εγκάρσια συνιστώσα της ταχύτητας, με $\vec{r}_0 = \cos\theta\vec{x}_0 + \sin\theta\vec{y}_0$, (1.0 μονάδα).

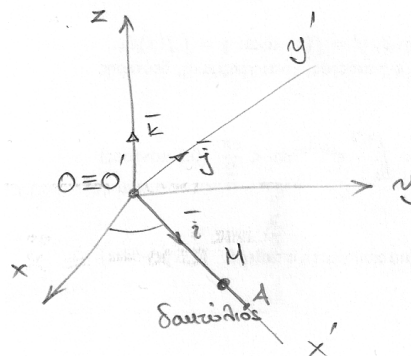
(β) Υλικό σημείο με διάνυσμα θέσης \vec{R} κινείται πάνω σε κυλινδρική επιφάνεια της οποίας ο άξονας συμπίπτει με τον άξονα z . Η τομή της κυλινδρικής επιφάνειας με το επίπεδο Oxy δίνει κύκλο ακτίνας r , **Σχήμα 1**. Το υλικό σημείο κινείται με σταθερό μέτρο ταχύτητας, $|\vec{u}| = 1 \text{ m/s}$, και η τροχιά του ορίζεται από τις εξισώσεις: $r = 1 \text{ m}$ και $z = -\frac{h\theta}{\pi}$, όπου $h = 3.14 \text{ m}$. Να υπολογιστούν: (i) Ο ρυθμός μεταβολής της γωνίας θ και (ii) το μέτρο της επιτάχυνσης, με $\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{r}_0 + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\vec{\theta}_0 + \ddot{z}\vec{z}_0$, (1.5 μονάδες).
- (α) Να υπολογίσετε το δυναμικό κεντρικής δύναμης της μορφής $\vec{F} = F(r)\vec{r}_0$, (1.0 μονάδα).

(β) Ράβδος OA μήκους 10 cm περιστρέφεται δεξιόστροφα στο επίπεδο xy του σταθερού συστήματος Oxy με σταθερό μέτρο γωνιακής ταχύτητας $|\vec{\omega}| = 1 \text{ rad/s}$. Δακτύλιος ολισθαίνει στη ράβδο με σταθερό μέτρο ταχύτητας 10 cm/s σχετικά με τη ράβδο. Να υπολογιστούν, ως προς το αδρανειακό σύστημα αξόνων του οποίου η σταθερή αρχή είναι το σημείο O , η απόλυτη επιτάχυνση του δακτυλίου και η συνολική δύναμη που ασκείται πάνω στη μάζα του δακτυλίου, τη στιγμή που ο δακτύλιος εγκαταλείπει τη ράβδο ($m_\delta = 2 \text{ kgr}$, να μη ληφθεί υπόψη το βάρος του δακτυλίου) **Σχήμα 2**, απόλυτη επιτάχυνση: $\vec{a} = \vec{a}_{O'} + \vec{a}_M + \vec{\omega} \times \vec{r}' + 2(\vec{\omega} \times \vec{u}_M) + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$, να εξηγήσετε τους όρους, (1.5 μονάδα).
- (α) Έστω σύστημα N υλικών σημείων, \vec{F}_{ij} η εσωτερική δύναμη που ασκεί το υλικό σημείο j στο υλικό σημείο i και \vec{F}_i η εξωτερική δύναμη που ασκείται στο υλικό σημείο i . Ναδειχτεί ότι η εξίσωση κίνησης του συστήματος είναι: $\sum_{i=1}^N \vec{F}_i = M \frac{d^2\vec{r}_s}{dt^2}$, όπου M είναι η συνολική μάζα του συστήματος και \vec{r}_s το διάνυσμα θέσης του κέντρου μάζας του συστήματος, (1.0 μονάδα).

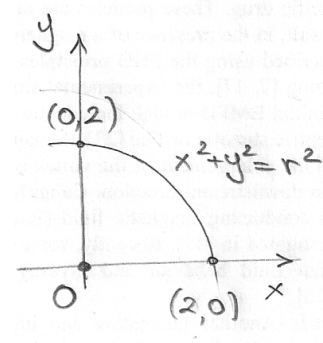
(β) Έστω το τεταρτοκύκλιο του **σχήματος 3**, με επιφανειακή πυκνότητα $\rho_s = 2 \text{ kgr/m}^2$. Να υπολογιστούν: (i) η μάζα του τεταρτοκύκλιου και (ii) οι συντεταγμένες του κέντρου μάζας του τεταρτοκύκλιου, (1.5 μονάδες).



(α') ΣΧΗΜΑ 1



(β') ΣΧΗΜΑ 2



(γ') ΣΧΗΜΑ 3